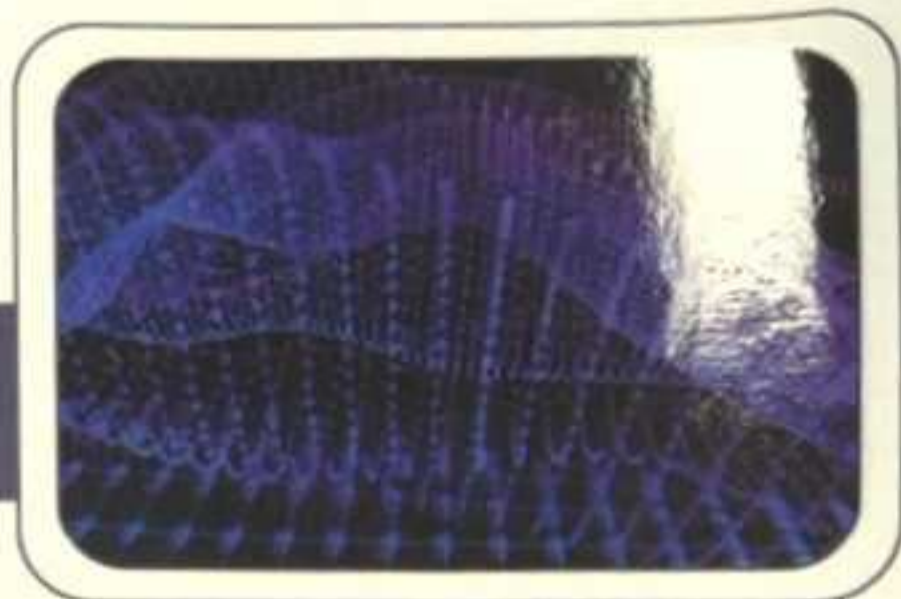




普通高等教育“十二五”规划教材

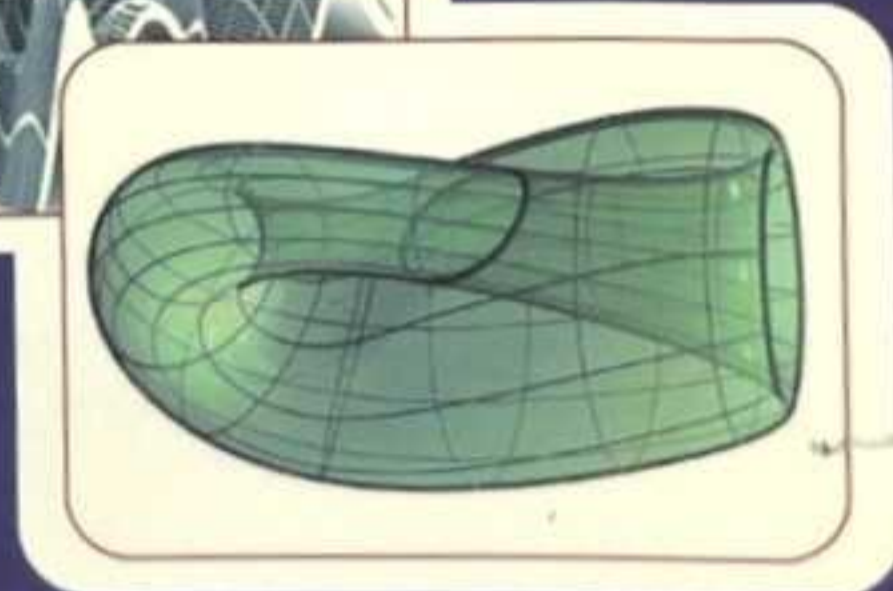
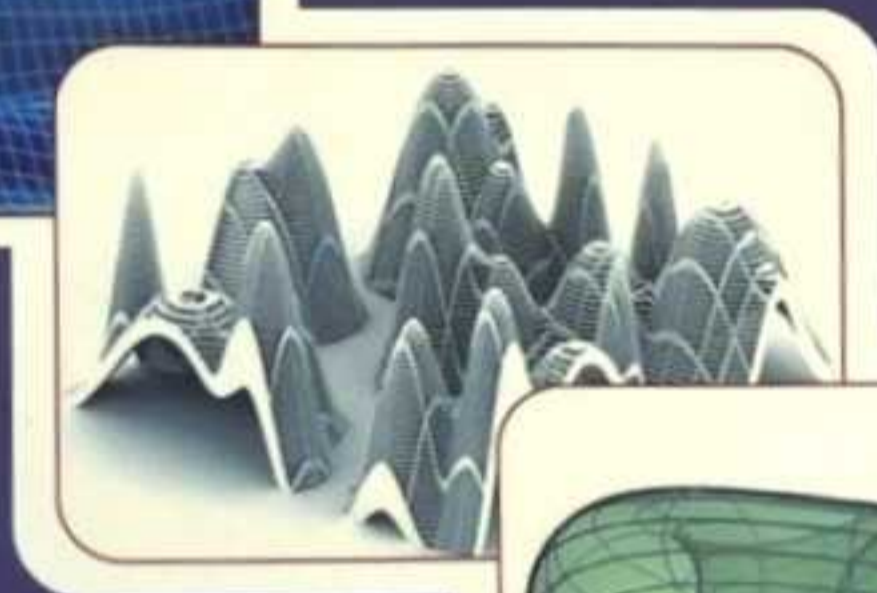
高职高专公共基础课教材系列



高等数学



敖屹兰 主编



科学出版社

• 普通高等教育“十二五”规划教材

高职高专公共基础课教材系列

高等数学

敖屹兰 主编

陈周钦 主审

黄循彪 李雪贵 王东红

安丰田 史瑞静 卜树红 参编

本书每章都配有习题，并配有“高等数学学习指导”（CD）自助练习并配有习题解答，提高了学生的自学能力和解决问题的能力。本书中带有*号的章节可供相关专业选用。本书可作为高等职业院校、高等专科学校、成人大学、函授大学、广播电视大学、开放大学、网络教育、自学考试、职业资格培训等教材。本书由广东文理职业学院组织编写，黄循彪、李雪贵、王东红、安丰田、史瑞静、卜树红等参加了编写工作。本书在编写过程中得到许多专家和同仁的帮助，特此致以衷心的感谢。由于编者水平有限，书中难免有疏漏和不当之处，恳切希望读者指正。

出版地：北京

地址：北京

邮编：100000

http://www.sciencep.com

印刷：北京

各分社均有代售

2008年9月第1版 2008年9月第1次印刷

3020千字 16开 787×1092 1/16

定价：48.00元

零售：32.00元

（如有印刷质量问题，请与本社联系）

科学出版社

北京

北京

010-64030300 010-64034312 13201121303

内 容 简 介

本书本着“降低理论要求，加强实际应用，注意能力培养”的原则，在结构处理上和内容安排上力争做到理论知识与实际应用和结合。

全书介绍了一元函数的微积分以及极限；导数与导数的应用；不定积分；定积分及定积分的应用；微分方程及微分方程的应用。为方便教师教学和学生自学，本书还配有习题与习题解答。

本书可作为高等职业教育工科学生的教材使用。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/敖屹兰主编. —北京：科学出版社，2006

(普通高等教育“十二五”规划教材·高职高专公共基础课教材系列)

ISBN 978-7-03-017784-1

I. 高… II. ①敖… III. 高等数学—教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 090058 号

责任编辑：沈力匀 / 责任校对：赵 燕

责任印制：吕春珉 / 封面设计：东方人华平面设计部

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

新科印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2006年9月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2020年8月第十九次印刷 印张：20 1/2

字数：463 000

定价：35.00元

(如有印装质量问题，我社负责调换〈新科〉)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62135235 (VP04)

版权所有，侵权必究

举报电话：010-64030229；010-64034315；13501151303

原点 O 相距 10 米, 求物体的运动方程.

7.2 一阶微分方程

7.2.1 可分离变量方程

把形如

$$\frac{dy}{dx} = f(x)g(y) \text{ 或 } y' = f(x)g(y)$$

的微分方程称为可分离变量方程. 其中 $f(x), g(y)$ 分别是 x, y 的已知连续函数, 且 $g(y) \neq 0$.

特点是, 经过适当的运算, 可以将两个不同变量的函数与微分分离到方程的两边.

求解步骤为:

(1) 分离变量

$$\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx;$$

(2) 两边积分, 得

$$\int \frac{dy}{g(y)} = \int f(x)dx;$$

(3) 求出积分, 得通解

$$G(y) = F(x) + C,$$

其中 $G(y), F(x)$ 分别是 $\frac{1}{g(y)}, f(x)$ 的原函数.

例 7.4 求方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ 的通解.

解 分离变量, 得

$$ydy = xdx.$$

等式两边积分得

$$\int ydy = \int xdx.$$

即

$$\frac{1}{2}y^2 = \frac{1}{2}x^2 + C_1,$$

$$x^2 - y^2 = -2C_1,$$

因为 C_1 为任意常数, 所以令 $-2C_1 = C$ 仍为任意常数, 得方程的通解为

$$x^2 - y^2 = C.$$

例 7.5 求方程 $x dx + y e^x dy = 0$ 的通解.

解 分离变量, 得

$$y dy = -x e^{-x} dx.$$

等式两边积分得

$$\int y dy = \int -x e^{-x} dx.$$

即 $\frac{1}{2} y^2 = x e^{-x} + e^{-x} + C_1$. 于是 $y^2 = 2(x+1)e^{-x} + 2C_1$. 令 $2C_1 = C$ 得方程的通解为

$$y^2 = 2(x+1)e^{-x} + C.$$

例 7.6 求方程 $4x dx - 5y dy = 5x^2 y dy - 2xy^2 dx$ 的通解.

解 首先合并 dx 的项和含 dy 的项(合并同类项), 得

$$2x(2+y^2) dx = 5(1+x^2) y dy.$$

分离变量, 得

$$\frac{2x}{1+x^2} dx = \frac{5y}{2+y^2} dy.$$

等式两边积分, 得

$$\int \frac{2x}{1+x^2} dx = \int \frac{5y}{2+y^2} dy,$$

即 $\ln(1+x^2) = \frac{5}{2} \ln(2+y^2) + C_1$. 即 $1+x^2 = e^{C_1} (2+y^2)^{\frac{5}{2}}$. 令 $e^{C_1} = C (C > 0)$ 得方程的通解为

$$1+x^2 = C(2+y^2)^{\frac{5}{2}}.$$

例 7.7 求方程 $y' = 10^{x+y}$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = 0$ 的特解.

解 原方程可改写为

$$\frac{dy}{dx} = 10^x \cdot 10^y.$$

分离变量, 得

$$10^{-y} dy = 10^x dx.$$

等式两边积分, 得

$$\int 10^{-y} dy = \int 10^x dx,$$

$$-10^{-y} \frac{1}{\ln 10} = 10^x \frac{1}{\ln 10} + C_1,$$

化简, 得

$$10^x + 10^{-y} = -C_1 \ln 10.$$

令 $C = -C_1 \ln 10$, 于是

$$10^x + 10^{-y} = C.$$

把初始条件 $y|_{x=1} = 0$ 代入上式, 求得 $C = 11$. 于是, 所求微分方程的特解为

$$10^x + 10^{-x} = 11.$$

7.2.2 一阶线性微分方程

把形如

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \quad (7.8)$$

的方程称为一阶线性微分方程,简称一阶线性方程.其中 $P(x), Q(x)$ 都是 x 的已知连续函数.

若 $Q(x) \equiv 0$,则方程成为

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = 0, \quad (7.9)$$

称为一阶线性齐次微分方程,简称线性齐次方程,若 $Q(x) \neq 0$,则称方程(7.8)为一阶线性非齐次微分方程,简称线性非齐次方程.通常方程(7.9)称为方程(7.8)所对应的线性齐次方程.

下面讨论一阶线性齐次方程与一阶线性非齐次方程的求解方法.

为了求方程(7.8)的解,先讨论对应的齐次方程(7.9)的解.

方程(7.9)是可分离变量的.分离变量后,得

$$\frac{dy}{y} = -P(x)dx.$$

等式两边积分,得

$$\ln|y| = -\int P(x)dx + C_1. \quad (7.10)$$

关于上式要做一点说明,按不定积分的定义,在不定积分的记号内包含了积分常数,在上式将不定积分中的积分常数先写了出来,这只是为了方便地写出这个齐次方程的求解公式.因而,用上式进行具体运算时,其中的不定积分 $\int P(x)dx$ 只表示了 $P(x)$ 的一个原函数.在以下的推导过程中我们也做这样的规定.

由式(7.10)得

$$|y| = e^{-\int P(x)dx + C_1} = e^{C_1} \cdot e^{-\int P(x)dx},$$

$$y = \pm e^{C_1} \cdot e^{-\int P(x)dx}.$$

令 $\pm e^{C_1} = C$,于是得齐次方程(7.9)的通解为

$$y = Ce^{-\int P(x)dx} \quad (7.11)$$

下面再来讨论非齐次方程(7.8)的解法.

如果按齐次方程的求解方法去求解,那么由方程(7.8)可得

$$\frac{dy}{y} = \left[\frac{Q(x)}{y} - P(x) \right] dx.$$

两边积分,得



普通高等教育“十二五”规划教材

高职高专公共基础课教材系列

高等数学

高职高专实用英语语法

音乐欣赏

大学军事理论教程

逻辑学

大学实用语文

现代常用文书写作

高等数学学习辅导

大学数学

微积分

线性代数

基础物理实验

大学物理实验指导与报告

新编物理实验教程

概率论与数理统计

远程教育教程

计算机基础实用教程

现代教育技术

心理学与个人成长

大学生心理健康学

现代大学体育教程

体育与健康

大学生创新教育

大学生入学导航

大学生职业发展与就业指导

大学生创业管理教程

大学体育